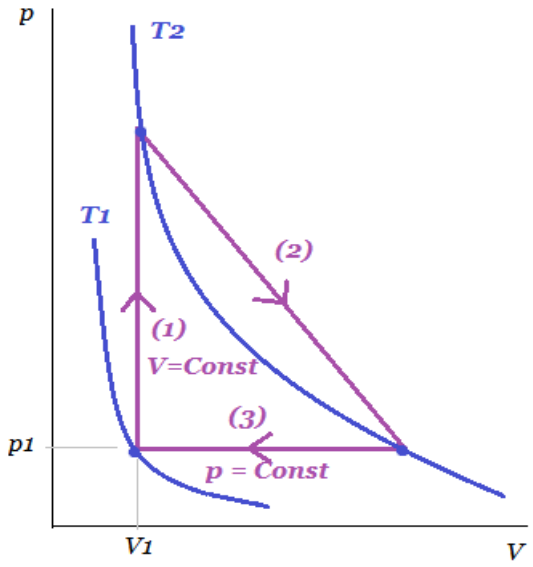
Obliczyć sprawność cyklu silnika cieplnego, przestawionego na wykresie, w którym to silniku gazem roboczym jest gaz doskonały.



*

Dla kolejnych etapów cyklu mamy (proszę prześledzić wszystkie wyliczenia):

$$Q_1^+ = nC_V(T_2-T_1);$$
$$W_1=0.$$

$$Q_2^+ = W_2 = \frac{p_2+p_1}{2}(V_3-V_1) = \frac{p_2+p_1}{2}\frac{nR}{p_1}(T_2-T_1).$$

$$Q_3^- = -nC_p(T_2-T_1);$$
$$W_3=-p_1(V_3-V_1) = -p_1\frac{nR}{p_1}(T_2-T_1)=-nR(T_2-T_1).$$

Sprawność silnika pracującego w tym cyklu jest dana formułą:

$$\eta = \frac{W}{Q^+} = \frac{W_2+W_3}{Q_1+Q_2} = \frac{\frac{p_1+p_2}{2}\frac{nR}{p_1}(T_2-T_1)-nR(T_2-T_1)}{nC_V(T_2-T_1)+\frac{p_1+p_2}{2}\frac{nR}{p_1}(T_2-T_1)} =$$

$$\frac{\frac{p_1+p_2}{2}\frac{nR}{p_1}-nR}{\frac{p_1+p_2}{2}\frac{nR}{p_1}+nC_V} = \frac{\frac{1}{2}(1+\frac{p_2}{p_1})-1}{\frac{1}{2}(1+\frac{p_2}{p_1})+\frac{3}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(1+\frac{T_2}{T_1})-1}{\frac{1}{2}(1+\frac{T_2}{T_1})+\frac{3}{2}} =$$

$$\frac{\frac{T_2}{T_1}-1}{\frac{T_2}{T_1}+4} = \frac{T_2-T_1}{T_2+4T_1}. \quad (T_1 \text{ jest zawsze } >0 \Rightarrow \eta<1)$$

Jak widać, skuteczność tego silnika dąży do jedynki tylko wtedy, gdy temperatura grzejnika T_2 dąży do nieskończoności; w pozostałych wypadkach przyjmuje wartość ułamkową. W szczególności, dla danych z zadania, sprawność = 50% gdy $T_2 = 6 \times T_1 = 6 \times 301K = 1806K$ (temperatura spalania benzyny, zależnie od frakcji oraz udziału tlenu, zawiera się w przedziale od 1400 do 2000K).

Sprawność cyklu nie zależy od parametrów p, V punktów cyklu, tylko od temperatur grzejnika i chłodnicy, analogicznie jak w cyklu Carnota.

Natomiast w każdym układzie temperatur chłodnicy i grzejnika (T_1 ; T_2) sprawność tego cyklu jest niższa od sprawności cyklu Carnota ($1 - T_1 / T_2$), co wykazuje następujący stosunek:

$$\frac{\eta}{\eta_C} = \frac{T_2-T_1}{T_2+4T_1}\cdot\frac{T_2}{T_2-T_1} = \frac{T_2}{T_2+4T_1}.$$

Jest on zawsze (dla każdego układu T_1, T_2) większy od zera, a mniejszy od jedności (dlaczego?).